



## Full Length Research Paper

# Étude par diagonalisation des taux de transition quantiques des états singulets et triplets de parité impaire $1,3L_o$ ( $L = 1, 2$ ) dans les systèmes héliumoides $Z = 6$

Oumar Ndiaye<sup>1,2\*</sup>, Jean Paul Latyr Faye<sup>1</sup>, Alassane Traoré<sup>1,2</sup>, Ababacar Sadikhe Ndao<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculté des sciences et techniques, Département de physique, Université Cheikh Anta Diop – Dakar, Sénégal

<sup>2</sup>Institut de technologie Nucléaire Appliquée, Université Cheikh Anta Diop – Dakar, Sénégal

Received June 2025 – Accepted October 2025



\*Corresponding author: .....oumar1.ndiaye@ucad.edu.sn

Author(s) agree that this article remain permanently open access under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0 International License.

## Résumé :

Dans cet article, nous étudions la compétition entre les états singulets et triplets des configurations  $1,3P^o$  et  $1,3D^o$ . Nous avons appliqué la méthode de diagonalisation au système héliumoides de numéro atomique  $Z = 6$ , en dessous du seuil  $N = 4$  convergeant vers l'ion résiduel. Grâce à cette méthode, nous avons pu identifier l'ensemble des transitions quantiques possibles. En calculant, d'une part, les énergies d'excitation ( $E_{ex}$ ) et d'autoionisation ( $E_{au}$ ) et d'autre part, largeurs partielles et totales d'autoionisation. Nous avons mis en évidence les défis posés par la compétition entre les états singulets et triplets des deux symétries impaires. Cette approche est nouvelle et contribue à : (i) la prédiction et l'interprétation des signatures spectrales des ions héliumoides en expérimentation, facilitant ainsi la comparaison entre théorie et observation ; et (ii) la modélisation des processus radiatifs et collisionnels dans les environnements plasmatiques, essentielle à la compréhension de leur composition et de leur dynamique.

**Mots clés :** Diagonalisation ; systèmes héliumoides;  $1,3P^o$  ;  $1,3D^o$ ; Photoionisation

## Cite this article :

Oumar Ndiaye, Jean Paul Latyr Faye, Alassane Traoré, Ababacar Sadikhe Ndao. (2025). Étude par diagonalisation des taux de transition quantiques des états singulets et triplets de parité impaire  $1,3L_o$  ( $L = 1, 2$ ) dans les systèmes héliumoides  $Z = 6$ . Revue RAMReS – Sci. Appl. & de l'Ing., Vol. 7(1), pp. 75-87. ISSN 2630-1164.

## 1. Introduction

Un intérêt expérimental soutenu existe pour l'étude des états doublement excités de symétrie  $P^o$  de l'atome d'hélium. Ces états se trouvent dans une plage d'énergie comprise entre 60 et 79 eV, mesurée à partir de l'état fondamental de l'hélium. Ils apparaissent en dessous de chacun des seuils d'excitation de l'ion  $He^+$ , en raison de la combinaison du potentiel coulombien et du potentiel dipolaire attractif associé à la dégénérescence ns-np des ions  $He^+$  [1]. Les états doublement excités de type  $P^o$  peuvent être accessibles à partir de l'état fondamental  $1s2(1S)$  par excitation monophotonique dans l'ultraviolet. Depuis leur première mise en évidence en 1963 par Madden et Codling [2-4], grâce au synchrotron de 180 MeV du National Bureau of Standards (États-Unis), ces états font l'objet d'un intérêt expérimental constant, renforcé par la mise en service de nouvelles installations synchrotron à travers le monde. Dans cette optique; le monde de la recherche a besoin d'un large éventail de données, telles qu'une base de production

d'ions oxygène, ainsi qu'une compréhension détaillée des états d'autoionisation pairs et impairs. Dans la littérature, de nombreux calculs ont été rapportés. Par exemple, sur les positions de résonance de l'atome d'hélium ( $Z \leq 2$ ). Pour les systèmes à grand  $Z$ , ces positions sont généralement déterminées par des approches théoriques [5, 6]. Cependant, dans le cas particulier de l'atome d'hélium, les positions de résonance ont été étudiées à l'aide de diverses méthodes. Parmi celles-ci figurent la méthode de rotation complexe au point selle [7,8], la méthode de couplage étroit [9], la méthode de diagonalisation tronquée [10], la technique de discrétisation [11,12], la rotation des coordonnées complexes [13,14], l'évaluation d'une double somme sur le spectre hydrogénique complet [15], la théorie de la fonctionnelle de la densité [16], le formalisme de projection de Feshbach [17], la méthode de Hartree-Fock localisée dépendante du spin dans le cadre de la fonctionnelle de densité [18], la méthode combinant les fonctions d'onde de Hylleraas et les fonctions

hydrogéniques incomplètes [18], ainsi que les approches semi-empiriques [19]. Pour la plupart de ces méthodes, les calculs se sont concentrés principalement sur les énergies de résonance et les largeurs totales. Leur extension à la détermination des largeurs partielles, c'est-à-dire les probabilités de désintégration dans les différents canaux de sortie reste moins bien établie. La méthode de diagonalisation est employée dans cette étude [20]. Cette approche est adoptée ici car elle constitue un moyen fiable de déterminer les positions de résonance, les largeurs partielles et les largeurs totales. Dans l'approximation de diagonalisation, le couplage entre les canaux fermés et ouverts est traité comme un terme de perturbation dans le Hamiltonien, tandis que le couplage indirect des états d'autoionisation à travers les canaux ouverts est négligé. Cette procédure ramène finalement le problème à un cadre mathématique constitué de tâches relativement simples à savoir la résolution d'un système d'équations algébriques linéaires au lieu d'un système d'équations différentielles couplées ou d'équations intégral-différentielles [21, 22]. À la lumière des avancées expérimentales récentes, des calculs précis des paramètres de résonance sont nécessaires afin de permettre une comparaison rigoureuse avec les mesures expérimentales. Du point de vue théorique, l'étude de ces systèmes atomiques fortement corrélés apporte un éclairage essentiel sur les effets de corrélation atomique. Au cours de ces dernières années, la recherche a pu fournir certains des paramètres de résonance les plus précis (positions et largeurs) concernant les états doublement excités de symétrie Po intra-couches, où les deux électrons occupent la même couche [22]. Ce faisant, d'autres publications et projets tels que [23-24] ont vu le jour afin de renforcer les résultats obtenus. Il s'agit là de calculs par extension sur les systèmes autres que l'hélium mais plutôt les héliumoides tant des symétries Po mais aussi voir d'autres telles que  $D^\circ$ . Cet article traite de l'étude des taux de transition ou plutôt les probabilités de désintégration des particules dans des états autoionisants. Ces grandeurs seront associées aux énergies d'excitation et d'autoionisation mais aussi aux dites largeurs partielles. Nous avons appliqué les calculs sur le système héliumoides  $C^{4+}$  donc  $Z = 6$ , convergeant vers le seuil  $N = 4$  de l'ion résiduel  $C^{5+}$ . L'article est structuré comme suit: la section 1 présente une introduction générale aux systèmes à deux électrons, leur origine physique et quelques résultats. La section 2 expose le cadre théorique ainsi que les détails de la méthode de diagonalisation utilisée pour résoudre l'hamiltonien physique défini dans ce travail. La section 3 est consacrée aux résultats et à leur discussion, et enfin la section 4 présente la conclusion.

## 2. Théories et méthodes

L'étude des états autoionisants, soumis à des processus d'excitation et de désexcitation radiative ou non radiative, nécessite des méthodes théoriques tenant compte du mélange des configurations. Pour ce travail, nous avons privilégié la diagonalisation, une approche plus robuste que la rotation complexe ou les fonctions

de Hylleraas. Celle-ci a d'abord été utilisée par Balashov et al. [25] pour étudier la photoionisation résonnante de l'hélium et de certains ions héliumoides, en dessous du seuil  $N = 2$  de l'ion résiduel, dans le cas d'une photoionisation à un seul canal. L'extension de cette approche à la photoionisation résonnante multicanal des systèmes à deux électrons, en dessous du seuil  $N = 3$ , a été réalisée par Senashenko et Wagué [26] avec l'étude de la résonance  $(3s3p)^1P^\circ$  de l'hélium. Wagué [27] a ensuite appliqué cette méthode aux ions héliumoides multichargés, sous les seuils  $N = 2$  et  $N = 3$  de l'ion résiduel. Plus récemment d'une part A S Ndao et al. ont étudié les états autodétachants singulets et triplets de dessous le seuil  $N = 4$  de l'atome d'hydrogène résiduel et d'autre part, N.A.B. Faye, A S Ndao et al. [28] ont aussi étudié les résonances autoionisantes des ions multichargés  $C^{4+}$ ,  $N^{5+}$  et  $O^{6+}$ , en dessous du seuil  $N = 3$ . Le travail présenté dans ce papier s'inscrit dans la continuité logique des études précédemment mentionnées et concerne la résolution du problème de la photoionisation résonnante multicanal des systèmes héliumoides, en dessous du seuil d'excitation  $N = 4$  de l'ion résiduel (le  $C^{4+}$ ). La résolution de ce problème, relatif à l'excitation par photons et à la désexcitation des résonances autoionisantes, nécessite les étapes suivantes [29] :

1. La fonction d'onde de l'état initial du système atomique considéré doit être connue.
2. Les fonctions d'onde, les énergies d'excitation ainsi que les largeurs partielles et totales des états autoionisants doivent être déterminées.
3. Les fonctions d'onde du spectre continu doivent être calculées, avec et sans prise en compte des interférences avec les résonances.

Cependant, puisqu'il s'agit d'un système quantique, il est indispensable de définir au préalable l'hamiltonien qui gouverne sa dynamique. Dans le cas présent, le système est constitué de deux électrons en interaction, à la fois avec le noyau et entre eux. La forme générale de l'hamiltonien s'écrit alors :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_2^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_1|} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_2|} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \quad [\text{Eq.1}]$$

Dans la limite des unités atomiques, c'est-à-dire pour  $\hbar = m_e = e = 1$  et  $4\pi\epsilon_0 = 1$ , l'Hamiltonien du système se simplifie pour devenir la forme [Eq. 2].

$$H = -\frac{1}{2}\nabla_1^2 - \frac{1}{2}\nabla_2^2 - \frac{Z}{|\mathbf{r}_1|} - \frac{Z}{|\mathbf{r}_2|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$$

[Eq.2]

Dans cette équation, les deux premiers termes renseignent sur la contribution de l'énergie cinétique du système souvent dénotée  $T$ . Dans ce sens les autres termes ensemble définissent les potentiels d'interactions entre les électrons et le noyau de l'ion

mais aussi entre les électrons eux-mêmes. En d'autres termes, il s'agit simplement d'interaction coulombienne souvent dénotée  $\mathbf{V}$ . Avec ce nouveau formalisme, l'hamiltonien du système peut s'écrire sous la forme compacte :

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} + \mathbf{V} \quad [\text{Eq. 3}]$$

Pour un traitement numérique, l'opérateur Hamiltonien [Eq. 3] est projeté sur un ensemble fini de fonctions de base  $\{|\mathbf{k}_i\rangle\}$  pour  $i = 1$  à  $n$ , où  $|\mathbf{k}_i\rangle$  désigne une fonction de base orthonormée choisie. Dans cette représentation,  $\mathbf{H}$  s'exprime sous la forme d'une matrice  $n \times n$ :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{k_1} + V_{k_1 k_1} & V_{k_1 k_2} & \cdots & V_{k_1 k_n} \\ V_{k_2 k_1} & \epsilon_{k_2} + V_{k_2 k_2} & \cdots & V_{k_2 k_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{k_n k_1} & V_{k_n k_2} & \cdots & \epsilon_{k_n} + V_{k_n k_n} \end{pmatrix},$$

$\epsilon_{k_i} = \langle \mathbf{k}_i | \mathbf{T} | \mathbf{k}_i \rangle$  représente les contributions cinétiques diagonales, tandis que  $V_{k_i k_j} = \langle \mathbf{k}_i | \mathbf{V} | \mathbf{k}_j \rangle$  désigne les éléments de matrice de l'opérateur énergie potentielle dans cette base. Cette forme matricielle constitue le point de départ des procédures de diagonalisation, permettant de calculer les valeurs propres et les vecteurs propres du système. Dans l'approximation par diagonalisation, la fonction d'onde de l'état final  $\Psi(E; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  est développée dans les sous-espaces des canaux fermés et ouverts de la manière suivante :

$$\Psi(E; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \hat{A} \sum_{\mathbf{k}} [\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0) U_{i\mathbf{k}}(E, \mathbf{r}_2)] + \sum_{\mu} \Lambda_{\mu}(E) \phi_{\mu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad [\text{Eq. 4}]$$

Où  $\hat{A}$  est l'opérateur d'antisymétrisation. L'ensemble des nombres quantiques  $\mathbf{k}$  caractérise le système ion + photoélectron dans le sous-espace des canaux ouverts.  $U_{i\mathbf{k}}(E, \mathbf{r}_2)$  est la fonction inconnue décrivant le mouvement du photoélectron, et  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0)$  est la fonction propre de l'ion réduit, qui satisfait les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \langle \psi_{\mathbf{k}} | \psi_{\mathbf{k}'} \rangle &= \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \\ \langle \psi_{\mathbf{k}} | \psi_{\mathbf{k}'} \rangle &= \epsilon_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} + V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \end{aligned} \quad [\text{Eq. 5}]$$

Rappelons que dans l'équation [Eq.4] alors les fonctions  $\phi_{\mu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  sont obtenues par une transformation unitaire de l'hamiltonien  $\mathbf{H}$  dans le sous-espace des canaux fermés :

$$\phi_{\mathbf{u}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \hat{A} \sum_{\mathbf{l}\mathbf{m}} \alpha_{\mu} \langle \phi_{\mathbf{l}}(\mathbf{r}_1) \phi_{\mathbf{m}}(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad [\text{Eq. 6}]$$

avec la condition de diagonalisation :

$$\langle \phi_{\mu} | \hat{H} | \phi_{\nu} \rangle = E_{\mu} \delta_{\mu\nu} \quad [\text{Eq. 7}]$$

Cette relation assure que les fonctions  $\phi_{\mu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  forment une base orthonormée dans le sous-espace des canaux fermés. Les coefficients  $\alpha_{\mu}$  de la transformation unitaire [Eq.7] sont déterminés en résolvant le système d'équations algébriques linéaires suivant :

$$\sum_{\mu} \{ (E_{\mu} - E_0) \delta_{\mu\nu} + \langle \chi_{\mu} | \hat{V} | \chi_{\nu} \rangle \} = 0. \quad [\text{Eq. 8}]$$

Rappelons que  $E_0$  est l'énergie propre du système correspondant à  $\mathbf{H}_0$  et que  $\chi$  est sa fonction propre. Dans ce cadre, elle se définit comme suit :

$$\chi_{\mu} = \hat{A} [\psi_1(\mathbf{r}_1) \psi_{\mathbf{m}}(\mathbf{r}_2)], \quad [\text{Eq. 9}]$$

La détermination de la fonction  $\phi_{\mu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  est équivalente au calcul des coefficients  $\Lambda_{\mu}(E)$  et  $U_{i\mathbf{k}}(E, \mathbf{r}_2)$ , des calculs détaillés de ces coefficients et des systèmes d'équations qu'ils satisfont ont été présentés par Wagué [Wague17, Wague18]. À partir de ce travail, l'amplitude partielle de photoionisation, qui décrit la formation d'un ion résiduel et d'un photoélectron dans un état donné, est définie par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} T_i &= \langle \varphi_j(E) | \hat{D} | \psi_0 \rangle + \frac{q+i}{\epsilon-i} \langle \phi_{\mu} | \hat{V} | \varphi_j(E) \rangle \\ &\times \frac{\sum_{\mathbf{k}} \langle \phi_{\mu} | \hat{V} | \varphi_{\mathbf{k}}(E) \rangle \langle \varphi_{\mathbf{k}}(E) | \hat{D} | \psi_0 \rangle}{\sum_{\mathbf{k}} |\langle \phi_{\mu} | \hat{V} | \varphi_{\mathbf{k}}(E) \rangle|^2} \end{aligned} \quad [\text{Eq. 10}]$$

Dans l'équation [Eq.10],  $\phi(E)$  est la fonction d'onde du spectre continu dans le canal  $j$ , sans tenir compte des interférences avec les résonances :

$$\epsilon = \frac{2}{\Gamma_{\mu}^{\text{tot}}} (E - E_{\mu}) \quad [\text{Eq. 11}]$$

qui est la déviation relative par rapport à la résonance ;  $E_{\mu}$  est l'énergie du niveau autoionisant  $\mu$  ;  $q$  est l'indice de profil de la résonance ; la somme des intégrales au dénominateur de [Eq.13] détermine les

largeurs partielles d'autoionisation. Elle peut également être évaluée par :

$$\Gamma_{\mu} = 2\pi \sum_j |\langle \phi_{\mu}(E) | V | \varphi_j \rangle|^2.$$

[Eq. 12]

où  $\mu$  désigne le canal de sortie. La largeur totale est la somme de trois largeurs, correspondant respectivement aux contributions des différents processus de désexcitation autoionisante et radiative, ainsi qu'aux interférences entre canaux. Ces trois largeurs partielles permettent de caractériser complètement la désintégration de l'état autoionisant dans les différents sous-espaces accessibles. Elle est donnée par la formule :

$$\Gamma_{\mu}^{\text{total}} = \sum_j \Gamma_{j\mu}.$$

[Eq. 13]

Cette équation [Eq. 13] nous permet de calculer la durée de vie d'une transition ou simplement de déterminer l'état le plus stable.

### 3. Résultats

Selon la notation de Russel Sanders, un état doublement excité s'écrit comme  $\mathbf{Nnl}'$  ( $^{2S+1}\mathbf{L}^{\pi}$ ). Dans ce formalisme d'une part,  $\pi$  désigne la parité,  $S$  le spin total des deux particules. D'autre part,  $\mathbf{N}$  et  $\mathbf{n}$  désignent les nombres quantiques des deux particules en interactions avec le noyau de l'ion et le  $\mathbf{l}$  et  $\mathbf{l}'$  leurs moment cinétique orbital. Nous traitons dans cet article le cas des  $L = 1$  et  $2$  pour une symétrie impaire à  $S = 0$  et  $1$ . C'est ce qui fait que nous avons les états singulets  $^1\mathbf{P}^o$ ,  $^1\mathbf{D}^o$  et les états triplets  $^3\mathbf{P}^o$ ,  $^3\mathbf{D}^o$ . L'application de la méthode de la diagonalisation a fait que nous ayons 24 états mixtes de configurations  $\mathbf{Nnl}'$  ( $^{1,3}\mathbf{P}^o$ ) et 17 pour le cas des  $\mathbf{Nnl}'$  ( $^{1,3}\mathbf{D}^o$ ). Ces états de particules doublement excités sont présentés dans les présentés dans les tableaux 1, 2, 3 et 4.

Dans ces derniers, nous présentons les résultats concernant les énergies d'excitation mais aussi des énergies d'autoionisation. Les états sont classés dans l'ordre croissant des énergies d'autoionisation et l'invers est observé dans le cas des énergies d'excitation. Ces tableaux présentent sur les trois premières lignes de chacun des valeurs issues de la littérature et qui justifient la fiabilité de nos calculs. Ce faisant, nous voyons clairement que les valeurs des énergies fluctuent entre 30,3 Ev et 31,2 Ev pour les singulets  $^1\mathbf{P}^o$ ; de 30,3 à 31,0 Ev pour les triplets  $^3\mathbf{P}^o$  et  $^3\mathbf{D}^o$  ainsi que les singulets  $^1\mathbf{D}^o$ . Il est donc à remarquer une faible différence en termes d'énergie d'autoionisation. Nous savons si un état d'autoionisation possède une énergie proche de celle du seuil alors, l'état devient faiblement lié au continuum et la largeur de résonance  $\Gamma$  devient petite. Cela va entraîner une longue vie de l'électron libéré

dans son canal : l'état devient plus stable. Le calcul de ces énergies d'autoionisation a un but dans bien des domaines de la physique mais plutôt en spectroscopie. Elles permettent de corriger les séries de Rydberg ou agir sur le défaut quantique observé dans les hydrogénoïdes.

Les résultats présentés dans les tableaux 5, 6, 7 et 8 sont une suite logique des ceux des tableaux 1, 2, 3 et 4. En effet, les états de symétrie  $^{1,3}\mathbf{P}^o$  disposent 9 canaux de désintégrations selon les calculs obtenus et selon les règles de la mécanique quantique. Il s'agit des états 1spk, 2skp, 2pks, 2pkd, 3skp, 3pks, 3pkd, 3dkp et 3dkf. Les résultats démontrent que, même pour des bases de calculs différentes, que cela soit des singulets ou triplets, l'état 4s4p se désintègre spécialement vers les canaux 1spk, 2skp, 2pks, y compris (4p4d)  $^3\mathbf{P}^o$ . Cette dernière remarque est scrupuleusement réservée aux triplets. Il est à noter que les singulets de type  $^1\mathbf{P}^o$  possèdent plus de voies de désintégrations plus que les triplets de types  $^3\mathbf{P}^o$ . Cela pourrait être utile dans le cadre de la recherche de type de particule dans les mélanges de plasma. Au regard aussi des résultats, il est à retenir fort possible que les canaux qui donnent plus de durées de vie sont les 1spk, 2skp, 2pks, 2pkd. Mais cependant, cette analyse reste superflue quand on passe aux largeurs totales de désintégrations. Ces  $\Gamma^{\text{tot}}$  laissent voir de fortes compétitions entre les singulets et les triplets. L'état (6s4p)  $^1\mathbf{P}^o$  et (5s4d)  $^3\mathbf{P}^o$  sont les états les plus stables avec des largeurs totales respectivement  $\Gamma^{\text{tot}} = 3,46[-4]$  Ev et  $\Gamma^{\text{tot}} = 9,38[-3]$  Ev. Le calcul de leurs durées de vie donne respectivement  $\tau(^1\mathbf{P}^o) = 1,90[-12]$  s et  $\tau(^3\mathbf{P}^o) = 7,02[-14]$ s. Cela fait que l'états cible des singulets est environ 27 fois plus stable que celui des triplet. Cette remarque lève carrément la compétition entre les symétries mais la maintienne toute de même au sein des états de base.

La même analyse est accordée aux tableaux 7 et 8. Les états de symétrie de type  $^{1,3}\mathbf{D}^o$  possèdent 4 canaux de désintégrations que sont: 2pks, 3pkd, 3dkp, 3dkf. Nous avons observé dans un premier temps que 4p4d se désintègre spécialement vers le canal 2pkd que cela soit des singulets tout comme des triplets. La base de calcul des  $^1\mathbf{D}^o$  est composée de 11 états et tous ont observe une désintégration sauf le 4p4d. Ce faisant, les canaux 2pkd et 3pkd ont permis les plus grandes durées de vie donc les canaux les plus solités. Dans cette base, la transition la plus stable est de celle de 4p4d vers 2pkd avec une valeur de  $\Gamma^{\text{tot}} = 1,97[-3]$  Ev soit une durée de vie de  $\tau = 3,34[-13]$ s comparée à la transition 5p5d vers de  $\Gamma^{\text{tot}} = 7,39[-2]$  Ev soit  $\tau = 8,91[-15]$ s. Cela confirme la stabilité observée sur la transition citée en premier car sa valeur est presque 40 fois plus grande que la deuxième citée en guise d'exemple. Néanmoins ; il y a lieu de compétition entre les états. Cependant, la base de calcul des  $^3\mathbf{D}^o$  est composée de 17 états et tous ont observé une désintégration sauf le 4p4d qui a préférentiellement choisi le canal 2pkd avec  $\Gamma^{\text{tot}} = 4,45[-6]$  Ev et reste l'état le plus stable. Il domine largement les autres.

### 4. Conclusion



L'étude des systèmes à deux électrons, en particulier des héliumoides, fondée sur l'application de la méthode de diagonalisation, a connu un succès dépassant largement la simple concordance avec les résultats expérimentaux. Cette méthode se distingue par sa robustesse, tout en conservant une formulation relativement simple, bien que sa mise en œuvre demeure complexe. Dans le cadre de ce projet, son utilisation nous a permis d'isoler les taux de transition quantiques entre les états singulets et triplet pour les cas respectifs  $1,3P^o$  et  $1,3D^o$ . Les résultats obtenus confirment, d'une part, la validité des états prévus par les règles de sélection de la mécanique quantique et d'autre part, les compétition au sein des états de base. Cette étude place le sigulet de symétrie  $L = 1$  comme donnant l'état le plus stable. C'est un travail classique basé sur des calculs classiques que nous souhaiterons dans un future proche élargir avec l'applications des qu-buts. Ce dernier reste un projet fars et permettrait de verifier l'originalité de cette méthode selon l'avancée des sciences modernes.

### Acknowledgements

Nous remercions le Professeur Ababacar Sadikhe Ndao pour ses précieuses discussions et son soutien en calcul scientifique. Nous exprimons également notre gratitude au Dr Jean Paul Latyr Faye pour les échanges enrichissants.

### REFERENCES

- [1] Gailitis, M., Damburg, R. The influence of close coupling on the threshold behaviour of cross sections of electron-hydrogen scattering. *Proceedings of the Physical Society*, 82(2), 192, 1963.
- [2] Madden, R. P, Codling, K. New autoionizing atomic energy levels in He, Ne, and Ar. *Physical Review Letters*, 10(12), 516, 1963.
- [3] Madden, R. P, Codling, K.. Two-Electron Excitation States in Helium. *Astrophysical Journal*, vol. 141, p. 364, 141, 364, 1965.
- [4] Dhez, P., Ederer, D. L. Photoionization resonance profile parameters of the  $3s3p$   $1P1$  two-electron excitation in He I. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, 6(4), L59, 1973.
- [5] Johnson, W. R., et al. E1 transitions between states with  $n=1-6$  in helium-like carbon, nitrogen, oxygen, neon, silicon, and argon. *The Astrophysical Journal Supplement Series* 141.2, 2002.
- [6] Diallo, Abdourahmane, et al. Variational Calculation of the Doubly-Excited States  $N_{snp}$  of He-Like Ions via the Modified Atomic Orbitals Theory. *Journal of Modern Physics* 12.02, 2021.
- [7] Moretto-Capelle, P., et al. Double capture in the  $O8+He+$  collision investigated by electron spectroscopy (80 keV,  $10'$ ). *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 22.2, 1989.
- [8] Bliman, S., et al. Charge exchange in the  $O8+He$ -collision at keV  $amu^{-1}$  energies. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* 16.15, 1983.
- [9] Chen, Ming-Keh. Doubly excited  $1,3Se$  ;  $1,3Po$  , and  $1,3D$  resonances in He below the  $N = 2$   $He+$  threshold. *PHYSICAL REVIEW A* 56.6, 1997.
- [10] Oza, Dipak H. Phase shifts and resonances for electron scattering by  $He+$  below the  $N=2$  threshold. *PHYSICAL REVIEW A* 33.2, 1986.
- [11] Bachau, H. Position and widths of autoionising states in the helium isoelectronic sequence above the  $N=2$  continuum. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* 17.9, 1984.
- [12] Macias, A., and A. Riera. Energies and widths of singlet and triplet S resonances of helium-like systems. *Physics Letters A* 119.1, 1986.
- [13] Chung, Kwong T., and C. D. Lin. DOUBLY EXCITED STATES OF  $Li+$  BELOW THE  $N=2$  AND  $N=3$  THRESHOLDS OF  $Li2+$ ." *Atomic data and nuclear data tables* 69.1, 1998.
- [14] Ho, Y. K. Autoionisation states of helium isoelectric sequence below the  $n=3$  hydrogenic thresholds. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* 12.3, 1979.
- [15] Ho, Yu-Kun et AK Bhatia. Complex-coordinate calculation of  $1,3D$  resonances in two-electron systems. *PHYSICAL REVIEW A* 44.5, 1991.
- [16] Ivanov, I. A., and U. I. Safronova. Calculation of the correlation part of the energy to two-electron systems. *Optics and spectroscopy* 75(3), 298-304, 1993.
- [17] Ivanov, P. B., and U. I. Safronova. Correlation and relativistic effects for  $3l3l'$  autoionization states. *Physica Scripta* 49.4 (1994).
- [18] Bhatia, A. K., and A. Temkin. Calculation of autoionization of He and  $H^-$  using the projection-operator formalism. *Physical Review A* 11.6, 2018.
- [19] Zhou, Zhongyuan, and Shih-I. Chu. Spin-dependent localized Hartree-Fock density-functional calculation of singly, doubly, and triply excited and Rydberg states of He- and Li-like ions. *Physical Review A* 71.2, 2005.
- [20] Ndao, A. S., et al. High-lying resonance states of He and H. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* 5(3), 327-334, 1999.
- [21] Faye, N. A. B., et al. Energy levels in the resonant photoionization of helium-like.
- [22] HO, Y. K. P-wave doubly excited resonances in He. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*, vol. 15, no 19, p. L691, 1982.
- [23] Ndiaye, O., Ba, O. T., Faye, P. M., Ndiaye, N., Dione, D., Faye, J. P. L., ... & Ndao, A. S. Multi-channel Decay Partial Widths of LAutoionizing Levels of O 6 Below  $N=5$  Threshold. *Nuclear Science*, 6(4): 26-34, 2021.
- [24] Ndiaye, O., Ndiaye, N., Ba, O. T.; Dione, D., Faye, P. M., et al. Spectroscopic Study of the Doubly Excited  $1Ge$  and  $3Ge$  Even States of the  $Z=8$  Heliumoid System Converging to the  $N=3$  Threshold of the Residual Ion. *Am. J. Mod. Phys*, 14(2), 52-59, 2025.
- [25] BALASHOV, V. V. Grihanova SI Kruglova IM Senashenko. V. S. *Opt. Spectrosc.*, vol. 28, p. 858-68, 1970.
- [26] Ndao, A., Wagué, A., Faye, N. et al. High-lying resonance states of He and H. *Eur. Phys. J. D* 5, 327-334 (1999).
- [27] Ndao, A. S., et al. "Autodetaching singlet and triplet states of below the  $N=4$  threshold of the residual hydrogen atom." *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 31.16(3), 1998.
- [28] FAYE, N. A. B., NDAO, A. S., KONTE, A., et al. Energy levels in the resonant photoionization of heliumlike  $Ne 8+$ . *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 75, no 4, p. 042713, 2007.
- [29] WAGUE, A. Application of the diagonalization approximation to the  $n=3$  resonant photoionization of helium-like systems. *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters*, vol. 6, no 4, p. 337-344, 1987.

## Annexes

**Tableau 1.** – Énergies d'excitations (Eex) et configuration principale de l'énergie d'autoionisation (Eau) des états 1Po de l'ion héliumoïde C4+ ion convergeant vers le seuil N= 4 de l'ion résiduel

États	-Eau	-Eex	-E <sub>ex</sub> (Bachau)	-E <sub>ex</sub> (Ho)
4s 4p	30.34477425	2.07121181	2.071	2.070
4d 4f	30.41739464	1.99859202	1.996	1.999
4p 4d	30.56028557	1.85570168	1.862	1.865
5s 4p	30.68328094	1.73270583		
4p 5d	30.71331596	1.70267057		
5p 4d	30.71946907	1.69651771		
5d 4f	30.76056671	1.65542102		
4d 5f	30.77324486	1.64274216		
4f 5g	30.84525299	1.57073331		
4s 6p	30.85726929	1.55871677		
6s 4p	30.88232613	1.53366029		
6p 4d	30.90265274	1.51333463		
4p 6d	30.90364647	1.51234031		
4f 6g	30.93250656	1.48348117		
6d 4f	30.93698311	1.47900462		
4p 7d	30.97608376	1.43990314		
7s 4p	30.97963524	1.43635261		
4s 7p	31.00254440	1.41344285		
4d 7f	31.02181625	1.39417005		
7p 4d	31.02331161	1.39267576		
4f 7g	31.05498314	1.36100471		
7d 4f	31.07674217	1.33924544		
4d 6f	31.12608719	1.28990066		
4s 5p	31.17032051	1.24566674		

**Tableau 2.** – Énergies d'excitations (Eex) et configuration principale de l'énergie d'autoionisation (Eau) des états 3Po de l'ion héliumoïde C4+ ion convergeant vers le seuil N= 4 de l'ion résiduel.

États	-Eau (u.a)	-Eex (u.a)	-Eex (Ho)
4s 4p	30.32190704	2.09407926	2.09245
4p 4d	30.37676048	2.03922701	2.0375
4d 4f	30.46758461	1.94840252	1.95225
4s 5p	30.69548225	1.72050512	
5s 4p	30.70027924	1.71570694	
5d 4f	30.73143959	1.68454719	
4d 5f	30.74240875	1.67357779	
4f 5g	30.78978539	1.62620223	
5p 4d	30.79627419	1.61971259	
4p 5d	30.83842468	1.57756281	
6s 4p	30.88978958	1.52619720	
4p 6d	30.89128876	1.52469742	
6d 4f	30.91570854	1.50027835	
4d 6f	30.91726494	1.49872243	
4f 6g	30.94766617	1.46832085	
6p 4d	30.94953918	1.46644819	
4s 6p	30.96866417	1.44732261	
7s 4p	31.00789833	1.40808952	
4p 7d	31.01076317	1.40522408	
7d 4f	31.03621101	1.37977588	
4d 7f	31.04022408	1.37576330	
4f 7g	31.07891464	1.33707166	
7p 4d	31.08345604	1.33253062	
4s 7p	31.09734154	1.31864595	

**Tableau 3.** – Énergies d'excitations (Eex) et configuration principale de l'énergie d'autoionisation (Eau) des états  $1D^o$  de l'ion héliumöide  $C^{4+}$  ion convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel.

États	-Eau (u.a)	-Eex (u.a)	-Eex (u.a) (b)
4p 4d	3 0.37112236	2.04486537	2.064
4d 4f	30.45196342	1.96402276	1.998
5p 4d	30.69962502	1.71636283	1.705
5d 4f	30.73770332	1.67828441	1.696
4p 5d	30.73950577	1.67648149	1.654
4d 5f	30.78804398	1.62794292	1.622
4f 5g	30.81366730	1.60231996	
6p 4d	30.89394760	1.52203953	
4p 6d	30.91468239	1.50130486	
6d 4f	30.91943550	1.49655223	
4d 6f	30.94371414	1.47227311	
4f 6g	30.95627785	1.45970893	
7p 4d	31.01315117	1.40283525	
4p 7d	31.03588104	1.38010502	
7d 4f	31.03984261	1.37614501	
4d 7f	31.07161713	1.34437072	
4f 7g	31.08522034	1.33076608	



**Tableau 4.** – Énergies d'excitations (Eex) et configuration principale de l'énergie d'autoionisation (Eau) des états  $^3D^o$  de l'ion héliumöide  $C^{4+}$  ion convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel.

États	-Eau (u.a) (a)	-Eex (u.a)(a)	-Eex (u.a) (b)
4p 4d	30.34995461	2.06603265	2,043
4d 4f	30.41827393	1.99771333	1,967
5p 4d	30.71073151	1.70525622	1,716
4p 5d	30.72126770	1.69471884	1,680
5d 4f	30.75357819	1.66240871	1,677
4d 5f	30.76521683	1.65077055	
4f 5g	30.79891205	1.61707425	
4p 6d	30.90185547	1.51413226	
6p 4d	30.90358162	1.51240444	
4d 6f	30.92833328	1.48765397	
6d 4f	30.93057632	1.48541117	
4f 6g	30.94924736	1.46674049	
4p 7d	31.02078056	1.39520705	
7p 4d	31.02307129	1.39291549	
4d 7f	31.04952240	1.36646438	
7d 4f	31.05382919	1.36215818	
4f 7g	31.06707382	1.34891403	

**Tableau 5.** – Largeurs partielles et totales d'autoionisation (eV), états  $^1P^0$  et de l'ion héliumoïde  $C^{4+}$  convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel.

États	$\Gamma \rightarrow 1s_{kp}$	$\Gamma \rightarrow 2s_{kp}$	$\Gamma \rightarrow 2p_{ks}$	$\Gamma \rightarrow 2p_{kd}$	$\Gamma \rightarrow 3s_{kp}$	$\Gamma \rightarrow 3p_{ks}$	$\Gamma \rightarrow 3p_{kd}$	$\Gamma \rightarrow 3d_{kp}$	$\Gamma \rightarrow 3d_{kf}$	$\Gamma(Tot)$
<b>4s 4p</b>	$\frac{3}{4}, 57[-4]$	1,65[-2]	2,16[-2]	7,85[-3]	0	0	0	0	0	4,63[-2]
<b>4d4f</b>	$\frac{2,97}{4}[-4]$	1,09[-5]	6,04[-6]	8,36[-4]	8,74[-2]	8,05[-2]	1,06[-1]	2,02[-1]	1,26[-1]	6,03[-1]
<b>4p4d</b>	1,12[-4]	3,52[-4]	1,14[-4]	3,74[-3]	2,54[-4]	4,36[-3]	1,79[-2]	6,65[-4]	6,86[-2]	9,60[-2]
<b>5s 4p</b>	1,92[-4]	9,34[-6]	3,11[-6]	1,51[-4]	3,18[-2]	2,32[-2]	6,58[-2]	8,72[-2]	3,63[-2]	2,45[-1]
<b>4p5d</b>	1,11[-4]	3,84[-4]	9,41[-5]	3,60[-3]	7,89[-5]	2,07[-3]	2,36[-2]	3,04[-5]	5,86[-2]	8,86[-2]
<b>4d5f</b>	2,96 [-4]	9,60 [-5]	4,7 [-7]	1,03 [-3]	7,77 [-2]	7,82 [-2]	5,34 [-2]	1,57 [-1]	1,38 [-1]	5,1 [-1]
<b>4f5g</b>	3,35 [-4]	1,47 [-4]	8,46 [-4]	8,99 [-3]	3,51 [-2]	2,69 [-2]	2,53 [-3]	4,13 [-3]	1,56 [-2]	9,48 [-3]
<b>4s6p</b>	3,66 [-4]	1,40 [-2]	1,99 [-2]	9,12 [-3]	2,66 [-2]	3,79 [-2]	5,96 [-2]	5,06 [-2]	1,03 [-2]	2,28 [-1]
<b>6s4p</b>	2,94 [-6]	2,64 [-6]	2,57 [-6]	5,99 [-5]	1,68 [-4]	7,05 [-5]	3,7 [-5]	1,79 [-6]	0	3,46 [-4]
<b>4p6d</b>	1,11 [-4]	4,23 [-4]	7,31 [-5]	3,43 [-3]	1,14 [-3]	5,59 [-4]	2,84 [-2]	2,5 [-4]	4,58 [-2]	2,31 [-2]
<b>4f6g</b>	3,34 [-4]	1,77 [-4]	7,89 [-4]	8,89 [-3]	2,66 [-2]	2,29 [-2]	1,66 [-4]	2,59 [-3]	2,08 [-2]	8,02 [-2]
<b>6d4f</b>	1,09 [-4]	4,06 [-4]	5,14 [-3]	1,98 [-3]	7,28 [3]	2,06 [-2]	2,46 [-2]	2,49 [-4]	4,82 [-3]	6,89 [-2]
<b>4p7d</b>	1,10 [-4]	4,37 [-4]	6,59 [-5]	3,36 [-3]	1,74 [-3]	2,65 [-4]	2,94 [-2]	4,65 [-4]	4,12 [-2]	7,71 [-2]
<b>7s4p</b>	3,47 [-4]	.38 [-2]	1,67 [-2]	4,83 [-3]	3,98 [-2]	4,19 [-2]	2,45 [-2]	3,40 [-2]	7,91 [-4]	1,77 [-1]
<b>4s7p</b>	3,68 [-4]	1,33 [-2]	1,95 [-2]	9,43 [-3]	2,22 [-2]	3,27 [-2]	5,67 [-2]	4,94 [-2]	1,13 [-2]	2,15 [-1]

**Tableau 6.** – Largeurs partielles et totales d'autoionisation (eV), états  $^3P^o$  et de l'ion héliumoïde  $C^{4+}$  convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel

États	$\Gamma \rightarrow 1skp$	$\Gamma \rightarrow 2skp$	$\Gamma \rightarrow 2pks$	$\Gamma \rightarrow 2pkd$	$\Gamma \rightarrow 3skp$	$\Gamma \rightarrow 3pks$	$\Gamma \rightarrow 3pkd$	$\Gamma \rightarrow 3dkp$	$\Gamma \rightarrow 3dkf$	$\Gamma(Tot)$
<b>4s4p</b>	1,01[-4]	4,49[-3]	7,46[-3]	1,76[-3]	0	0	0	0	0	1,38[-2]
<b>4p4d</b>	5,91[-6]	1,39[-3]	5,69[-4]	1,44[-3]	0	0	0	0	0	3,41[-3]
<b>4d 4f</b>	7,00[-8]	1,34[-4]	2,34[-4]	1,21[-4]	8,44[-3]	8,52[-3]	2,17[-2]	7,43[-3]	2,68[-2]	7,34[-2]
<b>4s5p</b>	9,59[-5]	3,92[-3]	6,83[-3]	1,70[-3]	2,90[-2]	3,05[-2]	1,38[-2]	1,19[-2]	1,08[-3]	9,88[-2]
<b>5s4p</b>	3,00[-8]	5,20[-7]	1,60[-7]	0	1,44[-3]	1,01[-3]	2,37[-3]	3,17[-3]	1,39[-3]	9,38[-3]
<b>5d4f</b>	0	1.52 [-1]	3.37 [-5]	8.2 [-7]	8.09 [-4]	1.01 [-3]	4.54 [-4]	7.80 [-4]	7.85 [-4]	3.11 [-3]
<b>4d5f</b>	0	1.15 [-4]	1.99 [-4]	1.01 [-4]	6.09 [-3]	6.24 [-3]	1.56 [-2]	3.38 [-3]	1.43 [-2]	4.49 [-2]
<b>4f5g</b>	0	1.05 [-5]	8.45 [-5]	6.02 [-6]	3.72 [-4]	1.34 [-3]	1.29 [-3]	1.31 [-3]	2.67 [-4]	4.69 [-2]
<b>5p4d</b>	0	8.29 [-5]	1.19 [-4]	1.09 [-4]	1.93 [-3]	2.14 [-3]	5.79 [-3]	1.84 [-3]	7.99 [-3]	2.01 [-2]
<b>6s4p</b>	9.33 [-5]	3.52 [-3]	5.86 [-3]	1.31 [-3]	2.47 [-2]	2.74 [-2]	8.01 [-3]	6.63 [-3]	3.96 [-4]	1.74 [-1]
<b>4p6d</b>	5.37 [-6]	1.17 [-3]	4.30 [-4]	1.09 [-3]	9.37 [-3]	7.87 [-3]	3.55 [-2]	8.32 [-2]	2.84 [-2]	7.79 [-2]
<b>6d4f</b>	0	1.54 [-4]	3.79 [-4]	2.76 [-4]	3.52 [-3]	7.76 [-3]	9.68 [-3]	1.17 [-2]	2.86 [-2]	1.67 [-1]
<b>4d6f</b>	0	1.04 [-4]	1.81 [-4]	9.02 [-5]	4.97 [-3]	3.81 [-3]	1.26 [-2]	1.95 [-3]	9.53 [-3]	6.21 [-2]
<b>4f6g</b>	0	9.68 [-6]	8.15 [-5]	6.62 [-6]	2.63 [-4]	1.06 [-3]	1.16 [-3]	1.23 [-3]	2.84 [-4]	3.33 [-2]
<b>6p4d</b>	1 .14 [-6]	2.03 [-4]	1.03 [-5]	6.44 [-5]	2.79 [-3]	9.86 [-4]	3.39 [-3]	1.49 [-3]	4.03 [-4]	4.09 [-3]
<b>4s6p</b>	9.21 [-5]	3.57 [-3]	6.42 [-3]	1.66 [-3]	2.26 [-2]	2.41 [-2]	1.22 [-2]	1.09 [-2]	1.19 [-3]	9.34 [-3]
<b>7s4p</b>	4.94 [-6]	1.23 [-3]	1.03 [-3]	1.81 [-3]	1.02 [-2]	1.53 [-3]	6.40 [-2]	9.47 [-2]	3.04 [-2]	8.29 [-2]
<b>4p7d</b>	5.25 [-6]	1.12 [-3]	4.02 [-4]	1.03 [-3]	8.63 [-3]	7.67 [-3]	3.05 [-2]	7.59 [-2]	2.71	2.05 [-1]
<b>7d4f</b>	0	1.03 [-5]	8.08 [-5]	6.4 [-7]	2.34 [-3]	2.34 [-3]	2.05 [-3]	3.21 [-3]	1.81 [-3]	1.52 [-1]

**Tableau 7.** – Largeurs partielles et totales d'autoionisation (eV), états  $^1D^o$  et de l'ion héliumoïde  $C^{4+}$  convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel.

State	$\Gamma \rightarrow 2p_{kd}$	$\Gamma \rightarrow 3p_{kd}$	$\Gamma \rightarrow 3d_{kp}$	$\Gamma \rightarrow 3d_{kf}$	$\Gamma(Tot)$	$\Gamma(Tot) (b)$
<b>4p 4d</b>	1,97[-3]	0	0	0	1,97[-3]	3.50 [-3]
<b>4d 4f</b>	1,95[-3]	2,15[-2]	2,67[-2]	1,90[-2]	6,91[-2]	6.24 [-4]
<b>5p 4d</b>	7,78[-4]	2,62[-3]	1,69[-3]	3,46[-3]	8,55[-3]	1.95 [-4]
<b>5d 4f</b>	2,16[-5]	8,70[-7]	4,06[-4]	1,86[-3]	2,29[-3]	2.22 [-3]
<b>4p 5d</b>	1,77[-3]	5,60[-3]	2,00[-4]	6,64[-2]	7,39[-2]	3.35 [-4]
<b>4d5f</b>	1.95 [-3]	1.71 [-2]	2.32 [-2]	1.76 [-2]	5.98 [-2]	
<b>4f5g</b>	2.02 [-5]	1.81 [-3]	1.97 [-3]	5.79 [-4]	4.37 [-3]	
<b>6p4d</b>	7.44 [-5]	1.16 [-3]	4.46 [-3]	1.59 [-2]	2.16 [-2]	
<b>4p6d</b>	1.68 [-3]	6.53 [-3]	3.35 [-5]	5.54 [-2]	6.37 [-2]	
<b>6d4f</b>	2.68 [-4]	8.23 [-3]	7.73 [-3]	1.56 [-2]	3.18 [-2]	
<b>4d6f</b>	1.95 [-3]	1.51 [-2]	2.15 [-2]	1.96 [-2]	5.55 [-2]	

**Tableau 8.** – Largeurs partielles et totales d'autoionisation (eV), états  $^3D^o$  et de l'ion héliumoïde  $C^{4+}$  convergeant vers le seuil  $N=4$  de l'ion résiduel.

États	$\Gamma \rightarrow 2pkd$	$\Gamma \rightarrow 3pkd$	$\Gamma \rightarrow 3dkp$	$\Gamma \rightarrow 3dkf$	$\Gamma(Tot)$	$\Gamma(Tot) (b)$
<b>4p 4d</b>	4,45[-6]	0	0	0	4,45[-6]	7.53 [-3]
<b>4d 4f</b>	1,53[-3]	6,74[-2]	6,84[-2]	8,22[-3]	1,45[-1]	3.31 [-3]
<b>5p 4d</b>	2,60[-7]	5,52[-6]	6,61[-6]	5,49[-5]	6,73[-5]	1.25 [-4]
<b>4p 5d</b>	2,52[-6]	5,63[-3]	1,87[-3]	8,59[-3]	1,61[-2]	4.73 [-4]
<b>5d 4f</b>	5,42[-5]	1,84[-3]	2,14[-4]	2,05[-3]	4,16[-3]	2.25 [-4]
<b>4d5f</b>	1.19 [-3]	4.30 [-2]	5.38 [-2]	7.071[-3]	1.05 [-1]	
<b>4f5g</b>	1.97 [-5]	2.06 [-3]	2.410[-3]	1.18 [-3]	5.66 [-3]	
<b>4p6d</b>	1.90 [-6]	4.29 [3]	1.24 [-3]	5.32 [-3]	1.08 [-2]	
<b>6p4d</b>	1.6 [-7]	9.79 [-5]	1.31 [-4]	1.64 [-5]	2.46 [-4]	
<b>4d6f</b>	1.06 [-3]	3.55 [-2]	4.82 [-2]	6.56 [-3]	9.14 [-2]	
<b>6d4f</b>	1.26 [-4]	5.34 [-3]	3.19 [-3]	9.13 [-4]	9.58 [-3]	
<b>4f6g</b>	1.99 [-5]	1.70 [-3]	2.12 [-3]	1.19 [-3]	5.04 [-3]	
<b>4p7d</b>	1.58 [-6]	3.61 [-3]	9.36 [-4]	3.89 [-3]	8.44 [-3]	
<b>7p4d</b>	3.98 [-6]	4.42 [-4]	1.57 [-4]	3.00 [-5]	6.33 [-4]	
<b>4d7f</b>	9.73 [-4]	3.10 [-2]	4.44 [-2]	6.18 [-3]	8.26 [-2]	
<b>7d4f</b>	0 [0]	9.66 [-6]	1.14 [-5]	9.14 [-5]	1.12 [-4]	
<b>4f7g</b>	1.99 [-4]	1.45 [-3]	1.92 [-3]	1.19 [-3]	4.58 [-3]	

NB: [-y] =  $10^{-y}$