



Full Length Research Paper

Modélisation, commande et simulation d'un robot industriel

Jean Marie Lauhic Ndong Mezui^{1,2*}, Donatien Nganga-Kouya¹, Maarouf Saad², Aime Francis Okou³

¹Laboratoire de Recherche en Technologie des Systèmes, École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique– Libreville, Gabon

²Groupe de Recherche en Électronique de Puissance et Commande Industrielle, École de technologie supérieure– Montréal, Canada

³Département Génie Électrique et Génie Informatique, Collège Militaire Royal du Canada– Kingston, Canada

Received September 2020 – Accepted December 2020



*Corresponding author. E-mail: ndong_mezui@yahoo.fr

Author(s) agree that this article remain permanently open access under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0 International License.

Résumé:

Les robots sont conçus pour dynamiser l'industrie. Ils augmentent la qualité du produit, la sécurité du processus de production et optimisent la transformation des matières premières. Cet article propose une démarche d'analyse d'une commande non linéaire appliquée à un bras manipulateur. Ainsi, pour le suivi d'une trajectoire dans l'espace cartésien. Les modèles cinématiques et dynamiques d'un bras manipulateur sont rigoureusement présentés. Une action intégrale est introduite pour minimiser l'effet de perturbations (couple résistant) et garantir une erreur de poursuite de trajectoire nulle. Les résultats obtenus en simulation avec le logiciel Matlab/Simulink justifient la robustesse de la commande qui augmente les performances du robot.

Mots clés : Robot ; Bras manipulateur ; Commande non linéaire, Robustesse ; performance.

Cite this article:

Jean Marie Lauhic Ndong Mezui, Donatien Nganga-Kouya, Maarouf Saad, Aime Francis Okou (2020). Modélisation, commande et simulation d'un robot industriel. Revue RAMReS – Sci. Appl. & de l'Ing., Vol. 2 (1), pp. 16-23. ISSN 2630-1164.

1. Introduction

Les années 1940 et 1950 sont marquées par une avancée significative en électronique avec l'invention des transistors et des circuits intégrés. Ces progrès technologiques ont permis aux chercheurs de créer des systèmes robotisés de plus en plus demandés dans l'industrie. La figure 1 illustre une étude faite par la commission économique des Nations unies (CEEONU) et la fédération internationale de robotique (IFR) en 2017 sur l'utilisation de la robotique dans le monde. Cette étude a aussi montré que le taux d'utilisation des robots industriels entre 2010 et 2016 était de 9% en Asie, 7% en Amérique et 5% en Europe. Cependant, il ressort de l'étude que cet outil du développement économique, social et environnemental n'est pas beaucoup utilisé dans nos industries africaines. Cette absence des robots dans nos industries est un vrai handicap dans la transformation des matières premières et cela influence l'économie et partant, l'espérance de vie en Afrique.

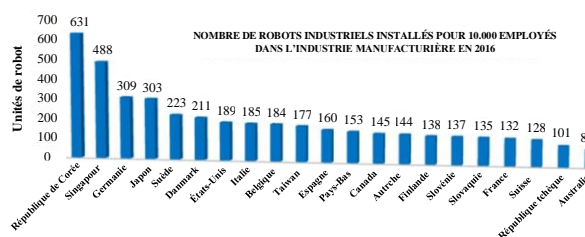


Figure 1 : Les 10 premiers pays les plus automatisés au monde (Statistiques mondiales de la robotique en 2017) publié par IFR

Le monde à la fin des années 1970 a connu une chute économique considérable avec l'arrivée des phénomènes tels que les changements climatiques, la perte de la biodiversité, la diminution de la couche d'ozone, etc. L'utilisation des robots a permis de réaliser les tâches dans des environnements à température extrême, radioactivité élevée, etc. où l'homme a du mal à accéder. La contribution de ce domaine ressort également dans la détection de la pollution marine comme des fuites de carburant des navires, les produits chimiques déversés dans l'eau. Pour cela, les robots poissons sont conçus pour capter

le changement brusque de l'environnement et pour signaler l'évolution de propagation de pollution dans les eaux profondes. Les robots poissons, avec des avantages d'excellentes performances de nage et de petite taille, peuvent être potentiellement utilisés pour les surveillances et l'exploitation dans l'environnement sous-marin [1]. Les robots sont également mis en place pour la prévention des séismes et pour l'observation des bulles de gaz (méthane). Après un séisme, d'importantes émissions de gaz se dégagent dans la nature [2]. Il est important de connaître à quel moment exactement ont eu lieu ces émissions gazeuses et à quelle variation elle évolue avant le séisme. Plusieurs autres secteurs ont connu un grand succès avec la robotique. C'est le cas des secteurs de l'automobile, de la sécurité, de la fabrication mécanique, de la santé avec l'utilisation d'une assistance physique et d'une rééducation par un robot exosquelette à 7 DOF [3,4] pour assister les patients, etc.

L'obtention des performances de ces robots demande une connaissance scientifique et technologique afin de mettre en évidence les modèles mathématiques des robots et des lois de commande qui les asservissent. Par ailleurs, les modèles de ces robots sont fortement non linéaires, ce qui nous conduit à faire le choix d'une commande non linéaire au détriment d'une commande linéaire qui ne peut cependant prendre en charge ces non-linéarités. Aussi, lors du fonctionnement de ces robots, il est probable que ces derniers soient soumis aux éventuelles perturbations internes ou externes (bruit de mesure, incertitude de modélisation... etc.). Par conséquent, la commande développée doit prendre en compte ces éventuelles perturbations.

Dans cet article, une commande non linéaire est développée pour commander un bras manipulateur dans l'espace cartésien. Ce qui permet d'assurer un suivi de trajectoire dans le domaine cartésien. D'une manière générale, il est difficile de concevoir des lois de commande pouvant asservir ce type de robot lorsque les paramètres (les termes inertiels, les masses et les frottements) de la dynamique sont inconnus. Pour cela, nous considérons que tous ces paramètres sont parfaitement connus pour établir des lois des commandes non linéaires appliquées au modèle dynamique du robot. La méthode de placement de pôle est considérée pour le calcul des gains de la commande auxiliaire PID. En ajoutant une action intégrale, la commande proposée est choisie pour minimiser les erreurs de poursuite de trajectoire lorsque le robot est soumis aux effets de perturbations de couple.

Cet article est organisé de la manière suivante : la section 2 présente la modélisation d'un bras manipulateur. La commande non linéaire est abordée dans la section 3 pour contrôler le robot dans l'espace des tâches. La discussion des résultats obtenus avec Matlab/Simulink est présentée dans la section 4. Finalement, une conclusion est proposée dans la section 5.

2. Modélisation d'un bras manipulateur

La robotique est un domaine devenu incontournable dans la vie humaine avec ces multiples applications qui apportent des améliorations importantes dans son quotidien. Ces améliorations passent éventuellement par la santé, la sécurité, et l'exploitation des ressources du sous-sol tout en préservant notre environnement. Mais la complexité des tâches réalisées par les robots impose une analyse des modèles mathématiques complète des robots. Modéliser les robots est une étape essentielle pour mettre en place les structures de commande. Dans cette section, un exemple de modélisation d'un robot industriel de type Scara montré ci-dessous est considéré en utilisant la convention de Denavit-Hartenberg.



Figure 2 : Robot Scara TS80 tirée de : <http://www.staubli.com/fr/robotique/robots-4-et-6-axes/robots-petits-porteurs/>.

En appliquant cette convention, la figure 3 illustre les chaînes cinématiques composées des corps solides liés entre eux par des articulations rotoïdes ou prismatiques. Les repères sont affectés aux différentes articulations de manière à respecter les conventions *D-H* modifiées [5,6, 7,8].

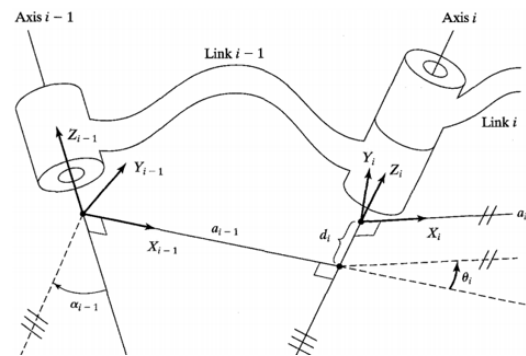


Figure 3 : Attribution des repères d'un bras manipulateur [9]

Les variables de liaison entre les axes d_i , θ_i , a_{i-1} et a_{i-1} sont respectivement la distance de $\{X_{i-1}\}$ à $\{X_i\}$ mesurer le long de $\{Z_i\}$, l'angle de rotation entre $\{X_{i-1}\}$ et $\{X_i\}$ mesurer autour de $\{Z_i\}$, la distance entre $\{Z_{i-1}\}$ et $\{Z_i\}$ mesurer le long de $\{X_i\}$ et l'angle entre $\{Z_{i-1}\}$ et $\{Z_i\}$ mesurer autour de $\{X_i\}$. Cette convention permet donc de positionner l'outil du bras manipulateur vers un lieu géométrique imposé par l'environnement de

travail. Les paramètres de D-H sont donnés dans le tableau 1.

Tableau 1. - Paramètres de D-H

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	α_0	a_0	d_1	θ_1
...
n	α_{n-1}	a_{n-1}	d_n	θ_n

Le passage d'un repère $\{i-1\}$ au repère $\{i\}$ est donné par la matrice de transformation homogène générale.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [\text{Eq. 1}]$$

L'équation [Eq. 1] peut être réécrite en mettant en évidence sa matrice de rotation ${}^{i-1}R_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ et son vecteur de position ${}^{i-1}P_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. On obtient.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}R_i(q_i) & {}^{i-1}P_i(q_i) \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}; i=1...n \quad [\text{Eq. 2}]$$

Avec $q_i = [\theta_i, d_i]^T$. Pour la simplicité des expressions, nous utilisons les identités trigonométriques suivantes.

$$\cos(\theta_i) = c\theta_i, \sin(\theta_i) = s\theta_i \quad [\text{Eq. 3}]$$

Le modèle géométrie qui décrit le comportement d'un bras manipulateur s'obtient en faisant le produit des matrices de transformations homogènes. De manière plus générale, il s'exprime par une matrice ${}^n_0T \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ qui se calcule par :

$${}^n_0T = {}^0_1T \dots {}^{n-1}_nT \quad [\text{Eq. 4}]$$

Le développement de l'équation [Eq. 4] peut s'écrire de la manière suivante :

$${}^n_0T = \begin{bmatrix} {}^0_nR(q) & {}^0_nP_n(q) \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [\text{Eq. 5}]$$

Notons que la matrice de rotation et le vecteur de translation sont respectivement ${}^n_0R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ et ${}^0_nP_n \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. La cinématique directe et la matrice de rotation peuvent se déduire comme suit :

$${}^n_0R(q) = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}R_i \quad [\text{Eq. 6}]$$

$${}^0_nP_n(q) = \prod_{i=1}^{n-1} {}^{i-1}R_i \{ {}^{i-1}P_i \}_{i=n} + \prod_{i=1}^{n-2} {}^{i-1}R_i \{ {}^{i-1}P_i \}_{i=n-1} + \dots + \{ {}^{i-1}P_i \}_{i=1} \quad [\text{Eq. 7}]$$

La position et la rotation de l'effecteur du bras imposent une déduction préalable des angles de l'articulation $\{i\}$. Mais parfois, ces angles ne sont pas réalisables à cause de la présence des singularités voire même des redondances. Pour ce faire, il est préférable de contrôler les angles afin d'obtenir une position souhaitée de l'effecteur. Dans la section suivante, le modèle cinématique inverse est proposé.

2.1. Cinématique inverse

La cinématique inverse permet, à partir du modèle géométrique, de calculer les angles (θ_i) de l'articulation $\{i\}$ du bras manipulateur correspondant à une position donnée de l'outil. Ainsi, il sera plus facile d'obtenir

une trajectoire désirée réalisée par l'outil. On pose donc la relation suivante :

$${}^0_nT = \begin{bmatrix} R_0 & P_0 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad [\text{Eq. 8}]$$

En égalant l'équation [Eq. 5] et l'équation [Eq. 8], les angles (θ_i) sont déterminés en fonction de la matrice de rotation $R_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ et du vecteur position de l'effecteur dans l'espace cartésien $P_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. Après avoir déterminé la cinématique inverse, le point suivant, présente le modèle différentiel afin de dériver la vitesse de l'outil dans l'espace de travail.

2.2. Cinématique différentielle

La cinématique différentielle met en relief la relation entre la vitesse angulaire et les vitesses linéaires et angulaires de l'outil par rapport au référentiel absolu. En effet, le passage de l'espace cartésien vers l'espace articulaire se traduit par l'utilisation de la matrice Jacobienne qui facilite le calcul des singularités.

Le but de cette section est donc de calculer la vitesse de l'effecteur dans l'espace cartésien et l'inverse de la matrice Jacobienne. Elle permet également d'élaborer une loi de commande dans l'espace de travail du robot. La vitesse linéaire de l'effecteur est donnée :

$${}^0v_n(q, \dot{q}) = J_v(q) \dot{q} \quad [\text{Eq. 9}]$$

Notons la vitesse ${}^0v_n \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, la matrice Jacobienne J_v s'obtient en dérivant l'équation [Eq. 7].

$$J_v(q) = \frac{\partial} {\partial q} ({}^0P_n(q))$$

Où $q = [q_1, \dots, q_n]^T$ est le vecteur des coordonnées généralisées. La matrice Jacobienne est non singulière seulement lorsque $\det(J_v) \neq 0$. Pour les éviter, il faut analyser les valeurs que doivent prendre les angles (θ_i) dans l'expression du déterminant de J_v . L'application du théorème de propagation des vitesses sur les axes rotatifs des articulations $\{i\}$ permet de déduire les vitesses angulaires de 1 à n articulations.

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}R^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i z_i \quad [\text{Eq. 10}]$$

Pour les axes prismatiques, la vitesse angulaire devient.

$${}^i\omega_i = {}^{i-1}R^{i-1}\omega_{i-1} \quad [\text{Eq. 11}]$$

Avec ${}^{i-1}\omega_{i-1} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, les vitesses angulaires de 1 à $n-1$ articulations. La vitesse de l'effecteur est fonction des vitesses linéaires et angulaires notées :

$$\dot{\chi}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} {}^0v_n(q, \dot{q}) \\ {}^n\omega_n(\dot{q}) \end{bmatrix}^T = {}^0J_n(q) \dot{q} \quad [\text{Eq. 12}]$$

La position de l'effecteur sera d'ordre $\mathbb{R}^{6 \times 1}$. La modélisation présentée jusqu'ici donne une meilleure compréhension sur l'analyse du mouvement de l'effecteur du bras dans l'espace cartésien. En revanche, les efforts de couples, les forces de frottements et autres forces extérieures ne sont pas considérés. La section suivante, propose une étude dynamique qui tient compte de ces nouveaux paramètres physiques du robot.

2.3. Modèle dynamique

La méthode de Lagrange (*approche énergétique*) est utilisée de cet article pour développer le modèle dynamique du bras manipulateur. Les énergies cinétiques et potentielles sont utilisées à cet effet. Cette

approche met en évidence le formalisme du Lagrangien qui donne les relations entre des couples, les forces appliquées à l'articulation $\{i\}$, les positions, les vitesses ainsi qu'aux accélérations. Il est donc important de calculer les vitesses linéaires et angulaires dont dépendent les énergies cinétiques. L'équation d'Euler-Lagrange peut s'écrire en tenant compte des énergies cinétiques (E_i) et potentielles (U_i) du bras manipulateur. Il revient.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \sum_{i=1}^n E_i}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \sum_{i=1}^n E_i}{\partial q} + \frac{\partial \sum_{i=1}^n U_i}{\partial q} - F(\dot{q}) = \tau - \tau_d \quad [\text{Eq. 13}]$$

L'énergie cinétique du bras manipulateur peut se mettre sous la forme suivante.

$$E_i = \frac{1}{2} [m_i v_{ci}^T v_{ci} + {}^i \omega_i^T I_i {}^i \omega_i] \quad [\text{Eq. 14}]$$

Notons que les m_i sont des masses de $\{i\}$ membres. Les vitesses aux centres masses (v_{ci}) sont calculées à partir de la dérivée des positions au centre des masses (${}^0 P_{ci} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$) de chaque membre donnée par.

$${}^0 P_{ci}(q) = [{}^0 R(q) \begin{matrix} \vdots \\ {}^0 P_i(q) \end{matrix}] {}^1 P_{ci} \quad [\text{Eq. 15}]$$

Avec ${}^1 p_{ci} = [{}^x l_{ci}, {}^y l_{ci}, {}^z l_{ci}]^T$ les vecteurs qui décrivent les distances entre l'articulation $\{i\}$ et les centres de masses où ${}^x l_{ci}$ et ${}^z l_{ci}$ sont des constantes positives mesurées directement sur le bras manipulateur. La dérivée de l'équation [Eq. 15] permet de déduire les vitesses à ces centres de masses.

$$v_{ci}(q, \dot{q}) = \frac{d}{dt} ({}^0 P_{ci}(q)) \quad [\text{Eq. 16}]$$

La matrice d'inertie principale au centre des masses s'écrit.

$${}^c I_i = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} I_{xi} & & \\ & I_{yi} & \\ & & I_{zi} \end{bmatrix} \right) \quad [\text{Eq. 17}]$$

Où I_{xi} , I_{yi} et I_{zi} sont des constantes inertielles calculés à partir des matrices d'inertie de l'articulation $\{i\}$ et l'énergie potentielle est dérivée comme suite :

$$U_i = -m_i {}^0 g_v^T {}^0 p_{ci} \quad [\text{Eq. 18}]$$

Le vecteur de centre de gravité g_v dépend de la géométrie du robot. L'équation d'Euler-Lagrange peut se reformuler par la relation suivante.

$$M(q) \ddot{q} + V_m(\dot{q}, q) \dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau \quad [\text{Eq. 19}]$$

Le couple des moteurs des articulations du bras manipulateur $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. La matrice des masses $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est définie symétrique et positive, le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis est sous la forme $V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, le vecteur de gravité $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. L'usage des équations [Eq. 14,18] dans l'équation [Eq. 13] permet d'écrit les relations suivantes.

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11}(q) & \dots & M_{1n}(q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1}(q) & \dots & M_{nn}(q) \end{bmatrix} \quad [\text{Eq. 20}]$$

$$V_m(q, \dot{q}) = [\dot{q}^T v_m(q) \quad \dots \quad \dot{q}^T n v_m(q)]^T \dot{q} \quad [\text{Eq. 21}]$$

$$G(q) = [G_1(q) \quad \dots \quad G_n(q)]^T \quad [\text{Eq. 22}]$$

Notons que les matrices ${}^i v_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont choisies symétriques de manière à vérifier que les propriétés suivantes :

Propriété 1 : La matrice de masse $M(q)$ est symétrique et définie positive pour tout $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ [3,9].

Propriété 2 : La matrice V_m est toujours choisie de manière à ce que $\dot{M}(q) - 2V_m(q, \dot{q})$ soit antisymétrique tel que $S^T [\dot{M}(q) - 2V_m(q, \dot{q})] S = 0$, pour tout S et $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ [10,11].

Le vecteur de frottement visqueux $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ est donné :

$$F(\dot{q}) = \text{diag}([f_1 \quad \dots \quad f_n]) \dot{q} \quad [\text{Eq. 23}]$$

Où les f_i représentent les coefficients de frottement visqueux. La modélisation étant déclinée, la section suivante présente la conception de la commande utilisée dans cet article.

3. Conception de la commande non linéaire

Cette section est dédiée à l'élaboration d'une loi de commande pour l'étude de poursuite de trajectoire du bras dans l'espace cartésien. La loi de commande permet de valider les modèles mathématiques abordés plus haut. De plus, en boucle fermée elle propose une optimisation des tâches assignées aux robots par un opérateur. La conception des lois de commande représente un véritable champ de recherche. D'une manière générale, il est difficile de concevoir des lois de commande pouvant asservir les systèmes surtout lorsque le concepteur ne connaît pas l'ordre des grandeurs des termes inertiels, de masse et de frottements du robot à étudier. Dans notre cas, nous considérons que tous ces éléments sont parfaitement connus. Plusieurs algorithmes de commande existent dans la littérature. L'étude de ces algorithmes n'étant pas l'objectif de cet article, on se limite sur l'application de la commande non linéaire. Étant entendu que le bras doit se contrôler dans l'espace cartésien, il est souhaitable d'exprimer la dynamique d'un manipulateur par rapport aux variables cartésiennes sous la forme [3, 12] en posant :

$$({}^0 J_n^*)^T \tau = ({}^0 J_n^*)^T (M \ddot{q} + V_m \dot{q} + G + F) \quad [\text{Eq. 24}]$$

La relation suivant se déduit à partir de la dérivée de l'équation [Eq. 12] :

$$\dot{q} = {}^0 J_n^*(q) (\ddot{x}(q, \dot{q}, \ddot{q}) - {}^0 \dot{J}_n(q) \dot{q}) \quad [\text{Eq. 25}]$$

Où ${}^0 J_n^*$ est le pseudo-inverse de ${}^0 J_n$. La dérivée de la matrice ${}^0 J_n$ s'obtient en posant :

$${}^0 \dot{J}_n(q) = \frac{\partial}{\partial q} \dot{x}(q, \dot{q})$$

Remplaçons l'équation [Eq. 25] dans l'équation [Eq. 4].

$$\tau = {}^0 J_n(q)^T \Sigma \quad [\text{Eq. 26}]$$

Le vecteur de couple de force fictif qui met en relief la relation entre les espaces articulaire et cartésien s'écrit.

$$\Sigma = M_x(q) \ddot{x}(q, \dot{q}, \ddot{q}) + \Pi_x(q, \dot{q}) \quad [\text{Eq. 27}]$$

Dans l'espace cartésien, la matrice des masses $M_x(q)$ et la somme des vecteurs des forces centrifuges et de Coriolis, de gravité et de frottement dans l'espace cartésien noté $\Pi_x(q, \dot{q})$ sont donnée par les relations suivantes.

$$M_x = ({}^0J_n^*)^T M(q) {}^0J_n^*$$

$$\Pi_x = ({}^0J_n^*)^T (V_m - M {}^0J_n^* {}^0J_n) \dot{q} + ({}^0J_n^*)^T F(\dot{q}) + ({}^0J_n^*)^T G$$

$$M_x = ({}^0J_n^*)^T M(q) {}^0J_n^*$$

$$\Pi_x = ({}^0J_n^*)^T (V_m - M {}^0J_n^* {}^0J_n) \dot{q} + ({}^0J_n^*)^T F + ({}^0J_n^*)^T G$$

Le modèle linéarisé est donné par l'équation qui suit.

$$\ddot{\chi}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = u_x \quad [\text{Eq. 28}]$$

La loi de commande auxiliaire PID qui stabilise l'équation [Eq. 28] s'écrit :

$$u_x = \ddot{\chi}_d + K_D \dot{e}_\chi + K_P e_\chi + K_I \int_0^t e_\chi dt \quad [\text{Eq. 29}]$$

Notons que les matrices des gains proportionnels, intégrals et dérivés définis positifs et diagonaux sont respectivement K_P , K_I et $K_D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$. Les calculs de ces gains sont présentés plus loin. Les erreurs de position, de vitesses et d'accélération suivantes.

$$e_\chi = \chi_d - \chi \quad [\text{Eq. 30}]$$

$$\dot{e}_\chi = \dot{\chi}_d - \dot{\chi} \quad [\text{Eq. 31}]$$

$$\ddot{e}_\chi = \ddot{\chi}_d - \ddot{\chi} \quad [\text{Eq. 32}]$$

Les expressions χ_d , $\dot{\chi}_d$ et $\ddot{\chi}_d$ représentent respectivement les coordonnées de position, de vitesses et d'accélération désirées. Tel que :

$$\chi_d = [\rho \cos(\omega t) \quad \rho \sin(\omega t) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega t]^T \quad [\text{Eq. 33}]$$

Ou ρ est le rayon du cercle et ω est la fréquence dépendant de la période. En boucle fermée, la loi de commande non linéaire qui permet de corriger l'erreur de la position et l'orientation de l'effecteur dans l'espace cartésien. Elle maximise le rejet et la stabilité des perturbations. La loi de commande Linéarisante est dérivée en appliquant les équations [Eq. 27, 28] à l'équation [Eq. 26]. Elle contient en effet le signal auxiliaire vu à l'équation [Eq. 29]. Par conséquent, la loi commande dans l'espace cartésien du couple précalculé s'écrit :

$$\tau = {}^0J_n^T M_x u_x + {}^0J_n^T \Pi_x \quad [\text{Eq. 34}]$$

Considérons les changements de variables suivants :

$$\ddot{\psi} = e_\chi, \quad \dot{\psi} = \dot{e}_\chi, \quad \psi = \int_0^t e_\chi dt \quad [\text{Eq. 35}]$$

Lorsque nous utilisons les équations [Eq. 28, 32, 35] dans l'équation [Eq. 29], la dynamique de l'erreur est dérivée.

$$\ddot{\psi} + K_D \dot{\psi} + K_P \psi + K_I \psi = 0 \quad [\text{Eq. 36}]$$

Le principe de Laplace appliqué à l'équation [Eq. 36] donne le polynôme caractéristique suivant.

$$\Delta(s) = s^3 I_{3 \times 3} + s^2 K_D + s K_P + K_I \quad [\text{Eq. 37}]$$

Plusieurs méthodes de calcul des gains existent, notamment les calculs optimaux des gains, le retour d'état, etc. Dans notre cas, la méthode d'imposition des pôles est utilisée pour calculer les gains. Les pôles sont certainement l'une des premières notions les plus importantes à saisir. Ce sont eux qui déterminent la stabilité du système. Remarquons que l'équation [Eq. 37] se comporte comme une équation caractéristique désirée d'ordre 3 décrite comme suit :

$$\Delta_d = s^3 I_{3 \times 3} + \Lambda_0(s) I_{3 \times 3} + \Lambda_1(s) I_{3 \times 3} + \alpha \omega_n^2 I_{3 \times 3} \quad [\text{Eq. 38}]$$

Avec

$$\Lambda_0(s) = (\alpha + 2\omega_n \zeta) s^2 \quad \Lambda_1(s) = (\omega_n^2 + 2\alpha \omega_n \zeta) s$$

Notons que α , ζ , ω_n sont respectivement la pseudo-période choisie souvent très loin à gauche du plan de Laplace, le facteur d'amortissement et la pulsation propre non amortie. Afin de réaliser une imposition des pôles, nous choisissons un temps de réponse à 5% qui est $T_{r5\%} = 0.5$ secondes. Nous souhaitons que le robot possède un facteur d'amortissement $\zeta = 1$ et une pseudo-période de $\alpha = 1$. La pulsation propre non amortie s'écrit :

$$\omega_n = \frac{0.9257}{T_{r5\%}} e^{1.6341\zeta} \text{ rad / s} \quad [\text{Eq. 39}]$$

Les valeurs des gains sont retrouvées par imposition de pôles $\Delta(s) = \Delta_d(s)$. Par conséquent.

$$\begin{aligned} K_P &= \text{diag} \{ (\alpha + 2\omega_n \zeta) \} \\ K_I &= \text{diag} \{ (\omega_n^2 + 2\alpha \omega_n \zeta) \} \\ K_D &= \text{diag} \{ (\alpha \omega_n^2) \} \end{aligned} \quad [\text{Eq. 40}]$$

Après avoir défini clairement la stratégie de commande, la trajectoire ainsi que les gains de la commande. La section suivante propose les résultats en simulation obtenus avec cette conception de commande.

4. Résultats et discussions

Avant d'envisager de réaliser les expérimentations, il est souvent conseillé de commencer par faire des simulations de la structure de commande. Ainsi, pour avoir une meilleure analyse du comportement des robots. Ceci permet d'éviter l'endommagement des robots à cause des grands efforts de commande pouvant casser les actionneurs ou à cause d'un mauvais calcul des gains ou encore par une incertitude de modélisation qui s'éloigne du comportement réel du robot. Nos résultats sont obtenus dans *Matlab/Simulink*. Cet outil a permis de programmer la structure de commande de la figure 4.

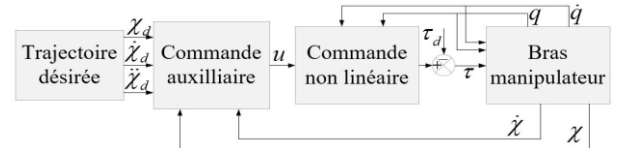


Figure 4 : Structure de commande dans l'espace cartésien

Pour simuler un manipulateur à 2dl dont la modélisation est détaillée dans la référence de [13], les gains calculés à partir de l'équation [Eq. 40] vont servir à réduire l'erreur de poursuite avec les valeurs $K_P = \text{diag}([19.98])$, $K_I = \text{diag}([90.06])$, et pour assurer une convergence rapide de l'erreur vers une valeur nulle et $K_D = \text{diag}([109.04])$ pour le rejet des perturbations. Ces aspects sont illustrés dans la section suivante. Les paramètres du tableau 2 sont utilisés pour réaliser chaque situation.

Tableau 2. : Paramètres physiques du robot

Variables physiques	valeurs
$I_{c1} ; I_{c2}$	0.05, 0.1 (kg.m ²)
$m_1 ; m_2$	5, 10 (kg)
$l_1 ; l_2 ; l_{c1} ; l_{c2}$	0.16 ; 0.075 ; 0.08 ; 0.0375 (m)
$f_1 ; f_2$	0.05 ; 0.1

En l'absence de perturbation, le bras manipulateur suit bien la trajectoire prédéfinie comme l'illustrent les figures 5-6. La figure 7 montre une erreur de position linéaire qui converge vers zéro sur $\chi(1)$ et en 0.561 secondes puis sur la coordonnée $\chi(2)$ en 0.753 secondes. L'effort de commande est montré sur la figure 8, il ressort qu'au début le couple de la première articulation est de 33.63 N.m et 16.24 N.m pour la seconde articulation.

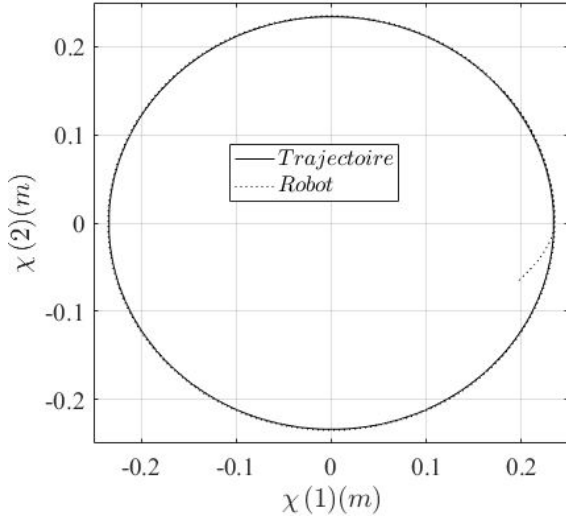


Figure 5 : Poursuite de trajectoire (PD sans perturbations)

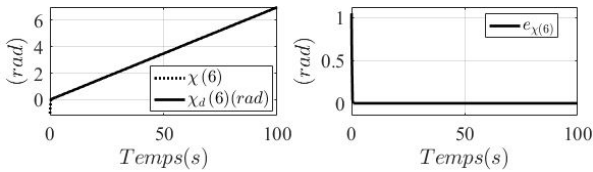


Figure 6 : L'angle et l'erreur d'orientation de l'effecteur (PD sans perturbations)

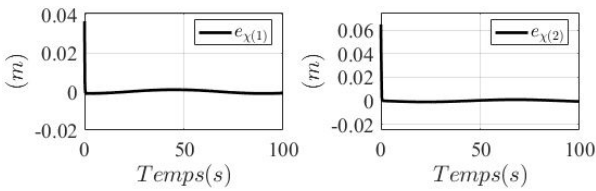


Figure 7 : Erreur de position de l'effecteur suivant $\chi(1)$ et $\chi(2)$ (PD sans perturbations)

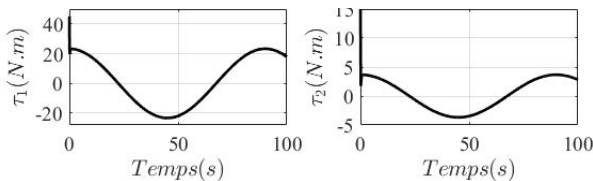


Figure 8 : Effort de commande (PD sans perturbations)

Les résultats proposés précédemment sont obtenus lorsque le robot ne porte aucune charge ou n'est pas en contact avec de la matière. Par ailleurs, les robots industriels sont utilisés pour réaliser de nombreuses tâches (emballage, palettisation, sciage, soudure, usinage... etc.). Le couple résistant (τ_d) imposé par les efforts de contact où une charge doit être prise en

compte. Ce couple est une grandeur qui dépend de la tension et des vitesses angulaires des rotors $\{i\}$. La connaissance parfaite de cette grandeur est complexe du fait qu'elle n'est pas mesurable. Par conséquent, elle est considérée comme une perturbation. L'expression de la perturbation proposée s'inspire, de la référence [14] s'écrit.

$$\tau_d = -K_\tau \text{diag}([\text{sign}(\tau_1), \text{sign}(\tau_2)]) \quad [\text{Eq. 41}]$$

L'équation de perturbation est représentée par la figure 9. Notons que K_τ est le gain de perturbation non nul. Afin de rendre les effets de perturbation visibles, nous proposons les gains de perturbation de $K_{\tau d1}=17.25$ et $K_{\tau d2}=2,5$.

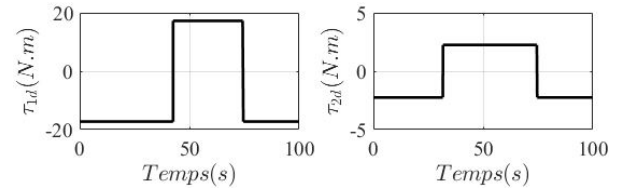


Figure 9 : Simulation des perturbations de couple

Les simulations en présence des perturbations sont mises en évidence par les figures suivantes. En présence de perturbation, les figures 10-11 montrent que le bras manipulateur ne réalise pas la trajectoire imposée. Les erreurs de poursuite de trajectoire de la figure 12 varient brusquement sans converger une valeur nulle. Sur la figure 13, le premier couple commence à 33,62 N.m et 2,21 N.m pour le deuxième couple.

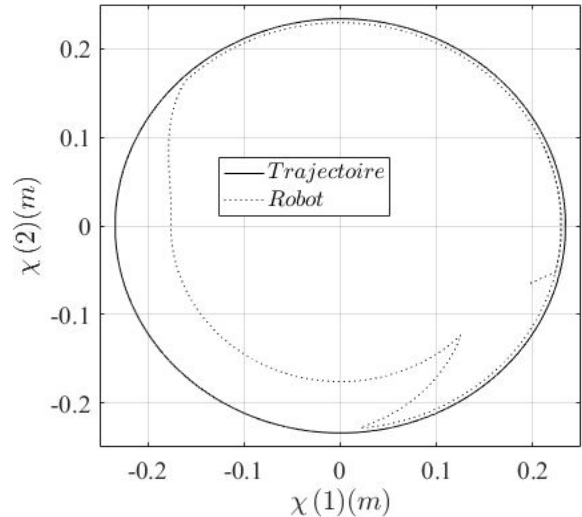


Figure 10 : Poursuite de trajectoire (PD avec perturbations)

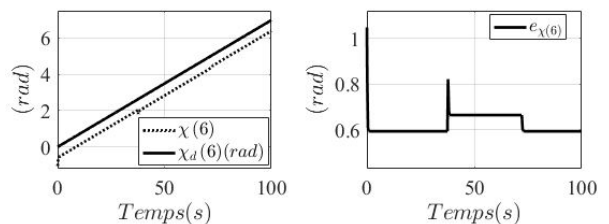


Figure 11 : L'angle et l'erreur d'orientation de l'effecteur. (PD avec perturbations)

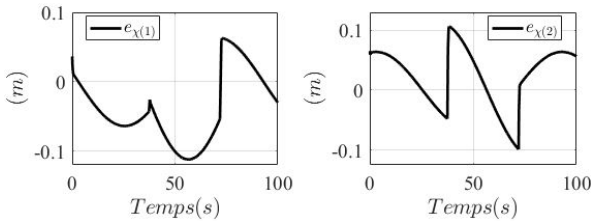


Figure 12 : Erreur de position de l'effecteur suivant $\chi(1)$ et $\chi(2)$ (PD avec perturbations)

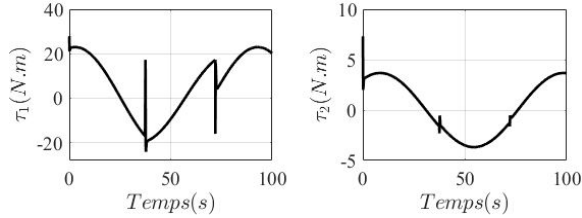


Figure 13 : Effort de commande (PD avec perturbations)

Les figures 10-11 montrent clairement que la commande n'est pas efficace en présence des perturbations, elle n'assure pas une erreur de poursuite nulle en régime permanent. Toutefois, la présence des perturbations donne une erreur de poursuite stable non nulle. De ce fait, pour prendre en compte des perturbations, une action intégrale est introduite en boucle fermée. Sur les figures 14-15, il est clair que l'action intégrale vient corriger la poursuite de trajectoire en rejetant l'effet de perturbation. L'erreur en position linéaire est presque négligeable sur la figure 16. Par ailleurs, forcer le bras manipulateur à suivre une trajectoire en présence de la perturbation impose une augmentation de l'effort de commande. C'est ce qu'illustre la figure 17 où les deux couples sont supérieurs aux couples montrés à la figure 13.

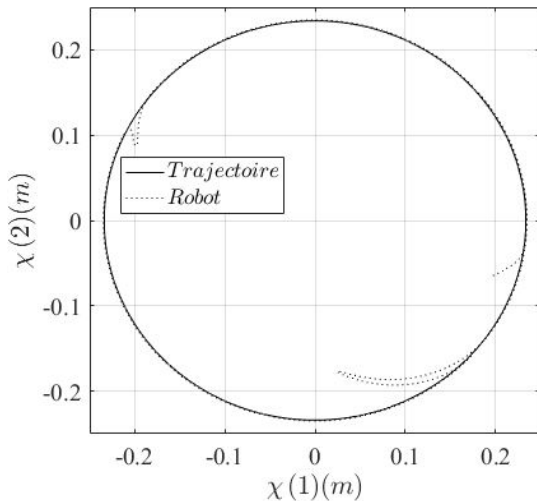


Figure 14 : Poursuite de trajectoire (PID avec perturbations)

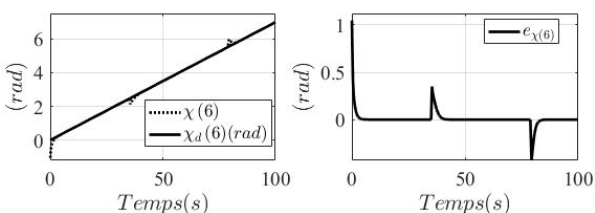


Figure 15 : L'angle et l'erreur d'orientation de l'effecteur (PID avec perturbations)

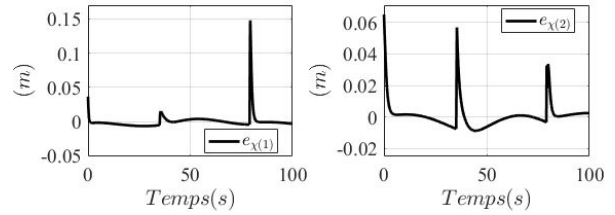


Figure 16 : Erreur de position de l'effecteur suivant $\chi(1)$ et $\chi(2)$ (PID avec perturbations)

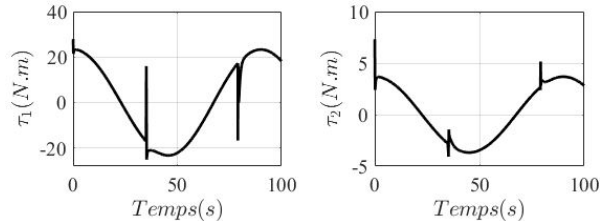


Figure 17 : Effort de commande (PID avec perturbations)

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une modélisation généralisée d'un bras manipulateur. Nous avons fait ressortir un modèle cinématique et son inverse. Puis un modèle dynamique est dérivé de la méthode d'Euler-Lagrange. Étant donné que les modèles mathématiques sont fortement non linéaires, nous avons élaboré une boucle de commande non linéaire pour commander le bras manipulateur dans l'espace cartésien. En présence des perturbations, une action intégrale dans la commande non linéaire pour assurer la robustesse de cette structure. La méthode d'imposition des pôles est utilisée pour calculer les gains de commande non linéaire. Afin de mener une étude de poursuite de trajectoire, un bras manipulateur à 2dl de type Scara est considéré pour apprécier la pertinence de la structure de commande proposée. Les résultats en simulation avec Matlab/Simulink sont obtenus en supposant que les paramètres des robots sont parfaitement connus. On remarque dans ces résultats que lorsque le robot n'est soumis à aucune perturbation, le suivi de trajectoire est parfaitement assuré avec des erreurs de poursuite en régime permanent minimales. La présence d'une perturbation de couple vient cependant modifier la trajectoire de l'effecteur en augmentant fortement les erreurs poursuite. On constate à cet effet que l'erreur suivant le mouvement angulaire de l'effecteur est le plus impactée par cette perturbation. Lorsque nous intégrons une action intégrale, le bras est capable de suivre une trajectoire prédéfinie. Les erreurs de poursuite sont alors réduites. On peut dire que la structure de commande est robuste et permet d'augmenter l'efficacité des robots dans l'industrie robotisée.

RÉFÉRENCES

- [1] Liao, P., Zhang, S., & Sun, D. (2018). A dual caudal-fin miniature robotic fish with an integrated oscillation and jet propulsive mechanism. *Bioinspiration & biomimetics*.
- [2] Geli, L., Henry, P., Zitter, T., Dupré, S., Tryon, M., Çağatay, M. N. & Natalin, B. (2008). Gas emissions and

- active tectonics within the submerged section of the North Anatolian Fault zone in the Sea of Marmara. *Earth and Planetary Science Letters*, 274(1-2), 34-39.
- [3] Brahmi, B., Saad, M., Ochoa-Luna, C., Rahman, M. H., & Di Gennaro, S. (2018a, June). Adaptive control of Upper Limb Exoskeleton Robot Based on a New Modified Function Approximation Technique (FAT). In 2018 European Control Conference (ECC) (pp. 608-613). IEEE.
- [4] Brahmi, B., Saad, M., Luna, C. O., Archambault, P. S., & Rahman, M. H. (2018b). Passive and active rehabilitation control of human upper-limb exoskeleton robot with dynamic uncertainties. *Robotica*, 36(11), 1757-1779.
- [5] Hartenberg, R. S. & Denavit, J. (1955). A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *Journal of applied mechanics*, 77(2), 215–221.
- [6] Nganga-Kouya, D. 2003. « Commande non linéaire hybride force/position pour les systèmes robotiques avec contraintes holonomiques ». PhD thesis, École de technologie supérieure.
- [7] Brahmi, B., Saad, M., Luna, C. O., Archambault, P. S., & Rahman, M. H. (2017, June). Sliding mode control of an exoskeleton robot based on time delay estimation. In *Virtual Rehabilitation (ICVR), 2017 International Conference on* (pp. 1-2). IEEE.
- [8] Kong, L., Chen, G., Zhang, Z., & Wang, H. (2018). Kinematic calibration and investigation of the influence of universal joint errors on accuracy improvement for a 3-DOF parallel manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 49, 388-397.
- [9] Craig, J. J. (2005). *Introduction to robotics: mechanics and control* (Vol. 3, pp. 48-70). Upper Saddle River, NJ, USA:: Pearson/Prentice Hall.
- [10] Lewis, F. L., Dawson, D. M. & Abdallah, C. T. (2003). *Robot manipulator control: theory and practice*. CRC Press.
- [11] R. Fareh, M. R. Saad, M. Saad, A. Brahmi, and M. Bettayeb, “Trajectory tracking and stability analysis for mobile manipulators based on decentralized control”, *Robotica*, p. 1–18, 2019.
- [12] Khatib, O. (1980). *Commande dynamique dans l’espace opérationnel des robots manipulateurs en présence d’obstacles*. PhD dissertation, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace.
- [13] Tzafestas, S. G. (2013). *Introduction to mobile robot control*. Elsevier.
- [14] Zhao, D., Deng, X., & Yi, J. (2009). Motion and internal force control for omnidirectional wheeled mobile robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(3), 382-387.